

# Evaluación de la interacción suelo-estructura dinámica en depósitos de suelo blando empleando dos métodos: numérico y analítico

Omar FRANCO-CAMILO<sup>a</sup>, José-Luis RANGEL-NÚÑEZ<sup>a,1</sup>,  
Luciano R. FERNÁNDEZ-SOLA<sup>a</sup> y Alonso GÓMEZ-BERNAL<sup>a</sup>  
<sup>a</sup> Universidad Autónoma Metropolitana, Plantel Azcapotzalco

**Resumen.** En este trabajo se presenta una estrategia para estudiar problemas de interacción suelo-estructura dinámica en los depósitos blandos de la Ciudad de México mediante el Método de Elementos Finitos, apoyado con los métodos analíticos de propagación unidimensional de ondas y el desarrollado por Kausel, a fin de calibrar el modelo numérico. Posteriormente, se estudia la respuesta dinámica de un edificio desplantado sobre un depósito de suelos blandos típico de la Ciudad de México CDMX. Los resultados indican que, con una adecuada revisión del mallado, selección del intervalo de frecuencia para el amortiguamiento del tipo Raleigh y la optimización de la señal incidente (longitud e intervalo de muestreo), se tiene una buena aproximación de la respuesta dinámica del depósito blando, así como de la estructura.

**Keywords.** Dynamic Response, numerical modelling, soft soil, finite element method.

## 1. Introducción

Para las actuales normas de construcción de la ciudad de México, CDMX [1], es necesario tomar en cuenta en el diseño de las edificaciones los efectos de la interacción suelo-estructura, particularmente en los depósitos de suelos muy blandos, debido a la amplificación dinámica que se presenta durante los sismos. Para ello se tienen dos aproximaciones principales: los métodos analítico y numérico.

El avance de los programas de cómputo aplicables al modelado numérico de edificaciones y del subsuelo, conjuntamente con el incremento de las capacidades de cómputo, hace posible que en los despachos de diseño sea posible llevar a cabo análisis de interacción suelo-estructura estáticos y dinámicos considerando muchos de los detalles del subsuelo y de la estructura; sin embargo, para el caso dinámico, la aplicación de los métodos numéricos no es inmediata, principalmente durante la selección de las ecuaciones constitutivas del subsuelo, en la determinación de los parámetros geotécnicos de dichas ecuaciones, pero también por el tiempo y la capacidad de cómputo requeridas.

---

<sup>1</sup> José-Luis Rangel-Núñez, Universidad Autónoma Metropolitana, Plantel Azcapotzalco, Laboratorio de Geotecnia, cubículo 2, Av San Pablo Xalpa 180, Reynosa Tamaulipas, 02200 Ciudad de México, México; E-mail: jrangeln62@gmail.com

Por otra parte, el método que tradicionalmente se utiliza en la academia para estudiar problemas dinámicos es el de diferencias finitas lagrangeanas, debido a que es posible considerar todos los aspectos de la propagación de ondas en un medio continuo; sin embargo, la implementación de este método en la ingeniería práctica presenta problemas debido al tiempo empleado para construir los modelos, requerir de programas y equipos de cómputo potentes y sofisticados, contar con ingenieros altamente capacitados en el área de la dinámica de suelos y modelado numérico y el costo de los equipos y programas. Como alternativa, en la ingeniería práctica se utiliza el Método de Elementos Finitos (MEF), a pesar de que esta técnica no resuelve la ecuación de onda, sino más bien emplea un análisis modal, aproximando el amortiguamiento del suelo durante el paso de la onda sísmica a partir de la rigidez y la masa del suelo (amortiguamiento tipo Rayleigh).

Esta investigación forma parte de un programa para generar un método confiable para llevar a cabo el análisis MEF para la interacción suelo-estructura estática y dinámica, donde se mejora la aproximación del método y se optimiza el análisis. En particular, este artículo presenta la parte correspondiente al modelo del subsuelo y de la estructura, la optimización de la señal incidente y el proceso de validación del modelo numérico.

**2. Método analítico**

El método analítico que se emplea es el desarrollado por Kausel *et. al.* [2] y ampliado por Fernández [3], donde se resuelve la ecuación de movimiento en el dominio de la frecuencia considerando la interacción cinemática, más las funciones de impedancia y la interacción inercial, de acuerdo con Ec. (1) (Figura 1).

$$\{[K_s] - i\omega[C_s] - \omega^2[M_s]\}[U_s(\omega)] = -\omega^2 U_g(\omega)\{Q_h(\omega)[M_0] + Q_R(\omega)[J_0]\} \tag{1}$$

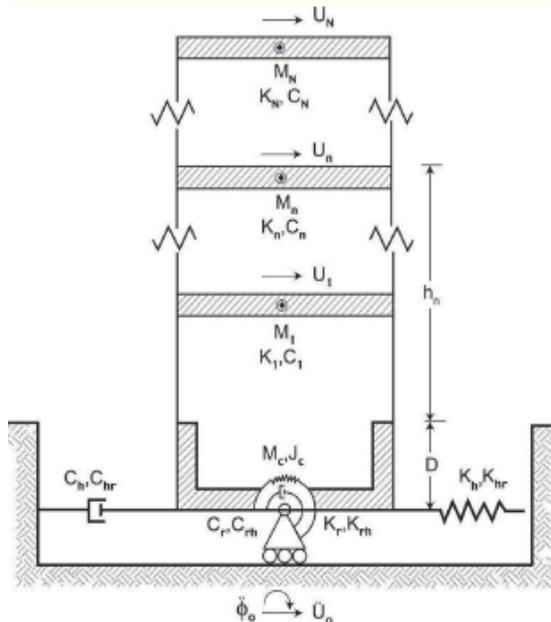


Figura 1 Interacción suelo-estructura [3].

donde las matrices  $K_s$ ,  $C_s$ ,  $M_s$  y  $U_s$ , son las matrices de rigideces, amortiguamiento, masas y desplazamiento del sistema (suelo, cimentación y estructura), respectivamente, definidas como:

$$[K_s] = \begin{bmatrix} [K_e] & \{0\} & \{0\} \\ \{0\}^T & K_h & K_{hr} \\ \{0\}^T & K_{hr} & K_r \end{bmatrix} \quad [C_s] = \begin{bmatrix} [C_e] & \{0\} & \{0\} \\ \{0\}^T & C_h & C_{hr} \\ \{0\}^T & C_{hr} & C_r \end{bmatrix} \quad \{M_0\} = \begin{Bmatrix} [M_e]\{I\} \\ \{I\}^T[M_e]\{I\} + M_c \\ \{H\}^T[M_e]\{H\} + J_c \end{Bmatrix}$$

$$[M_s] = \begin{bmatrix} [M_e] & [M_e]\{I\} & [M_e]\{I\} \\ \{I\}^T[M_e] & \{I\}^T[M_e]\{I\} + M_c & \{I\}^T[M_e]\{H\} + M_c E \\ \{H\}^T[M_e] & \{I\}^T[M_e]\{I\} + M_c E & \{H\}^T[M_e]\{H\} + J_c \end{bmatrix} \quad \{U_0\} = \begin{Bmatrix} [M_e]\{H\} \\ \{I\}^T[M_e]\{H\} + M_c E \\ \{H\}^T[M_e]\{I\} + J_c \end{Bmatrix}$$

Los subíndices  $e$  y  $c$ , se refieren a los valores correspondientes al edificio y a la cimentación, respectivamente. Como se observa, se modela la estructura como una viga de cortante con  $N$  grados de libertad en traslación lateral [3]. Por lo anterior, la solución numérica de la ecuación de movimiento dada por el MEF debe de producir una solución muy similar en el espacio 2D, haciendo posible emplear este método para calibrar el modelo numérico de interacción suelo-estructura 2D.

### 3. Método numérico

Para la construcción del modelo numérico con el MEF se tienen las etapas siguientes: preproceso, construcción del modelo, procesado e interpretación de resultados.

#### 3.1. Preprocesado.

En esta etapa se optimiza la señal de entrada y la malla de elementos finitos a fin de reducir los tiempos de cómputo y la capacidad de memoria requerida, y se verifica la capacidad de la malla para reproducir adecuadamente la propagación de las ondas sísmicas, así como la no afectación de la señal incidente.

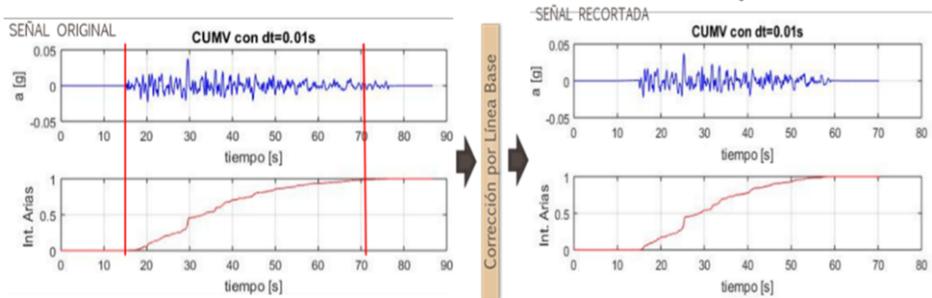
La optimización de la malla se realiza en dos aspectos: i) sobre el tamaño del elemento, es decir la densidad de la malla, y ii) para la señal incidente al depósito, reduciendo su longitud y ampliando el intervalo de muestreo. Al final se verifica que los cambios realizados a la malla y a la señal incidente no ocasionen errores en el resultado al comparar con los resultados de modelos analíticos de propagación unidimensional de onda [4].

*Optimización de la señal de entrada.* Los parámetros de la señal sísmica incidente que se varían para optimizar el modelo numérico son: el intervalo de muestreo ( $\Delta t$ ) y la longitud de la señal ( $L$ ). El primero se incrementa mientras que el segundo se reduce. El proceso aplicado consiste de las etapas siguientes:

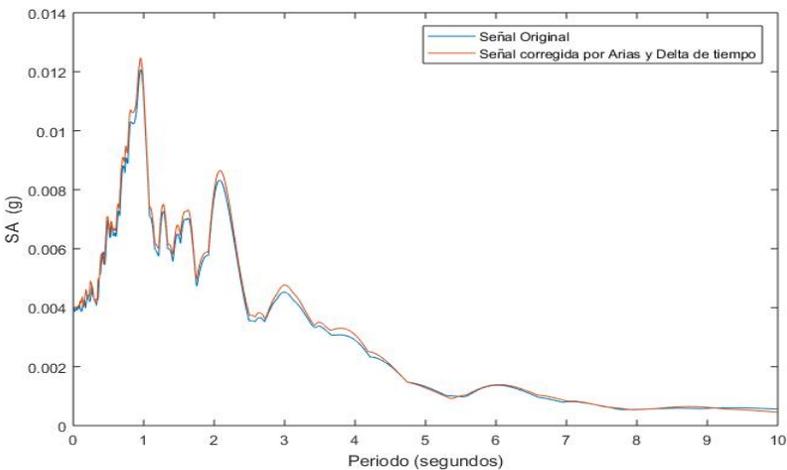
- Determinar los espectros de Fourier, o alternativamente el espectro de respuesta, de la señal original.
- Determinar la intensidad de Áreas a fin de definir la zona donde se tiene la mayor concentración de energía, y a partir de ello eliminar los tramos del sismograma que no contribuyen de manera importante en el movimiento del terreno. Una vez recortada la señal, ésta se corrige por línea base (Figura 2a).
- Incrementar el  $\Delta t$  de la señal original para reducir el tiempo de cómputo, cuidando no eliminar frecuencias de importancia.

- d) Verificar que no existen cambios importantes entre los espectros de la nueva señal con respecto a la original, principalmente en la aceleración máxima del terreno y en las ordenadas espectrales de los periodos fundamentales de vibración del terreno y del edificio (Figura 2b).

*Tamaño de la malla de elementos finitos.* Este aspecto impacta directamente en la precisión de los resultados del modelo. En efecto, a mayor densidad de la malla mejor solución, pero en problemas de dinámica es necesario verificar que el tamaño del elemento finito no actúe como un filtro de la señal y cuidar que el número de elementos no genere tiempo y memoria excesivos. Existen criterios para definir el tamaño del elemento para que la malla no actúe como un filtro, como el método de Kuhlemeyer *et al.* [5], donde se propone que el tamaño del elemento debe ser menor que un porcentaje de la mayor longitud de onda asociada con el periodo de vibración del sistema,  $\Delta l \leq (1/8 \sim 1/10)\lambda$ . Es recomendable emplear este valor de la magnitud  $\Delta l$  como punto de partida, para llevar a cabo un proceso de prueba y error, donde se varíe el tamaño de los elementos finitos, de menor a mayor, para seleccionar aquel tamaño donde el espectro obtenido en superficie sea comparable con el determinado con un modelo analítico [4]. Para que este proceso iterativo sea eficiente se recomienda emplear una malla unidimensional, es decir, que el depósito se represente con una columna de elementos finitos (Figura 3).

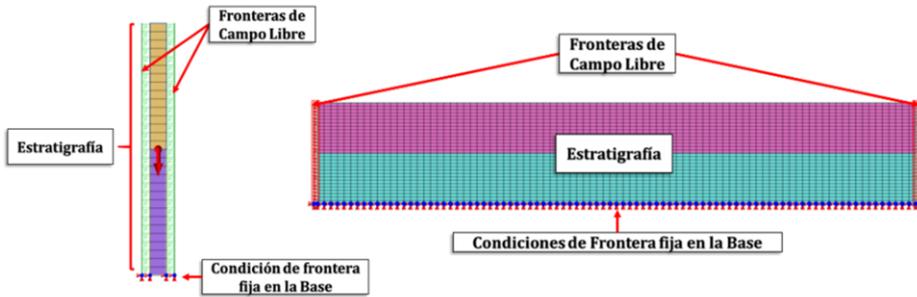


a) Proceso de recorte del acelerograma empleando la Intensidad de Arias y corrección de línea base



b) Espectros de respuesta de la señal original y la optimizada (recortada y con un mayor  $\Delta t$ )

**Figura 2.** Optimización de la señal de entrada.



**Figura 3.** Modelos numéricos 1D y 2D para determinar la respuesta de un depósito de suelo con estratificación horizontal.

### 3.2. Construcción del modelo numérico

Para elaborar el modelo numérico es necesario extrapolar el modelo unidimensional obtenido previamente (1D) a un modelo 3D, así como caracterizar las fronteras de la malla (inferior y laterales). El proceso recomendado de prueba y error es el siguiente:

1. Construir una columna de suelo formada con  $n$  elementos cuyas dimensiones en el plano  $XZ$  sean  $x_i$  (espesor) y  $z_i$  (altura), y con una profundidad unitaria (Figura 3).
2. Posteriormente, determinar la respuesta de esta columna de elementos para diferentes valores de  $x_i$  y  $z_i$ .
3. Las dimensiones de los elementos serán aquellas que produzcan un espectro en superficie similar al determinado con el modelo analítico.

#### 3.2.1. Fronteras del modelo

*Fronteras laterales.* Adicional a las fronteras laterales convencionales de un modelo numérico, donde se restringen los desplazamientos en el sentido horizontal, es necesario considerar que la onda que incide a la frontera lateral no debe ser reflejada, sino que ser transmitida en su totalidad. Para modelar numéricamente esta transmisión existen modelos de fronteras absorbentes.

Para evitar las reflexiones y ondas espurias se han propuesto varias alternativas de fronteras laterales: a) Empleo de elementos semi-infinitos (elementos frontera), b) Adaptar las propiedades del material de los elementos que se encuentran en la frontera, es decir, bajar su rigidez e incrementar su viscosidad, c) Usar fronteras viscosas (amortiguadores) y d) Emplear fronteras laterales de campo libre (elementos frontera). Todos estos métodos tienen sus ventajas y desventajas dependiendo del problema analizado. Para el caso de emplear el programa MIDAS [6], se recomienda utilizar la frontera de campo libre (frontera absorbente), con un factor de anchura de 100,000.

*Frontera inferior.* Se restringen todas las direcciones de desplazamientos, pero para asignarle el movimiento del sismo se requiere una frontera sin ruido, es decir, silenciosa.

#### 3.2.2. Ecuación constitutiva.

A fin de considerar las trayectorias de esfuerzo y la no linealidad en el subsuelo, es conveniente considerar los modelos tipo Masing [7]. Es recomendable verificar que el efecto no lineal no es importante en el caso a estudiar a fin de evitar consumos importantes de memoria y de tiempo de cómputo en el análisis numérico. Esta

verificación se realiza empleando un método analítico de propagación de ondas unidimensional [8].

### 3.2.3. Amortiguamiento tipo Rayleigh.

Actualmente, no existe un método convincente para determinar el valor del amortiguamiento viscoso del suelo durante el análisis dinámico, por lo que en este trabajo se emplea la formulación de Rayleigh, donde el amortiguamiento se evalúa con las Ecs. (2) y (3) [9]. La determinación de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  es arbitraria y en general se evalúan a partir de las frecuencias máxima y mínima de la señal ( $f_i$  y  $f_j$ , respectivamente), siendo  $\zeta=c/c_e$  la fracción de amortiguamiento.

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (2)$$

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = 2 \begin{Bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 1/f_i & f_i \\ 1/f_j & f_j \end{bmatrix}^{-1} \quad (3)$$

### 3.2.4. Construcción de la malla 3D

Esta etapa consiste básicamente en extrapolar el modelo 1D al 3D, pero es recomendable hacer un paso intermedio al construir un modelo plano 2D, con el fin de tener mayor control sobre el error que puede inducirse en la malla y reducir tiempos de computo. En la Figura 3 se presenta el modelo 2D generado a partir del modelo 1D, donde se respeta el tamaño de elemento. Posteriormente a la verificación de la aproximación del modelo 2D, se construye el modelo 3D conservando la geometría obtenida con el modelo 2D y verificando nuevamente la precisión del modelo 3D.

### 3.3. Proceso e interpretación.

Una vez construido el modelo 3D se procede a realizar el análisis considerando que las señales incidentes son las optimizadas. Los resultados del análisis son las historias de aceleraciones y desplazamientos obtenidas en superficie y a diferentes profundidades, así como los espectros de Fourier o de respuesta, que serán muy similares a los obtenidos con las soluciones analíticas de propagación de ondas en medios estratificados, si la estratificación es horizontal. El modelo numérico previamente obtenido es el de partida para llevar a cabo un análisis de interacción suelo-estructura. El primero paso del análisis consiste en calibrar el modelo numérico de interacción con el analítico desarrollado por Kausel [2] y ampliado por Fernández [3]. Para ello, el modelo numérico se obliga a cumplir las condiciones del modelo analítico, es decir, se considera un medio homogéneo equivalente y el edificio se representa como viga cortante de  $N$  grados de libertad.

## 4. Ejemplo de aplicación

Se analiza un edificio de 5 N en un depósito de suelo blando formado por tres estratos con características típicas a los suelos de la ciudad de México en la zona lacustre teniendo como señal incidente la registrada en roca al Sur de la ciudad, CUMV (Figura 4).

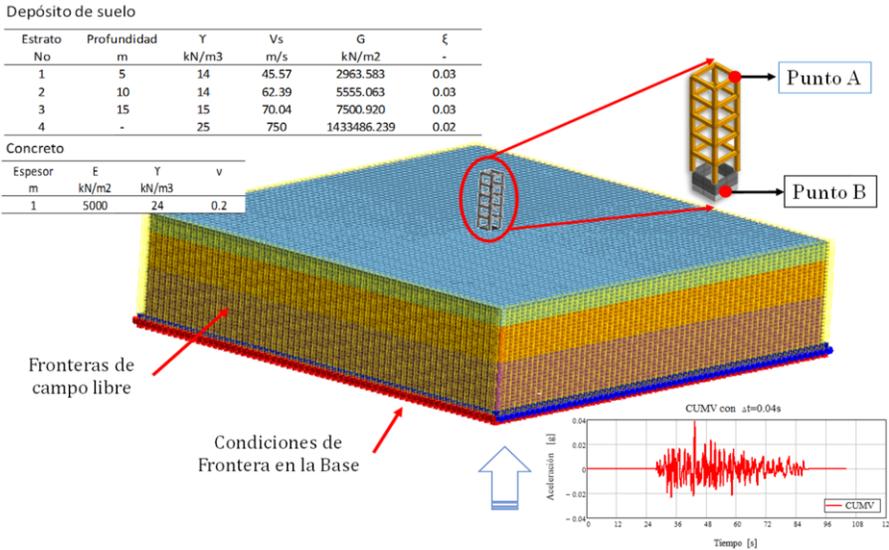


Figura 4. Perfil estratigráfico, modelo numérico 3D considerando un edificio de 5 niveles con desplante a 0m y 5m de profundidad.

*Respuesta en campo libre.* En la Figura 5 se muestran los espectros de respuesta y de potencia de Fourier obtenidos en superficie con el MEF (1D, 2D y 3D) y la solución analítica de referencia. Se observa que el modelo numérico conserva la forma del espectro con un error máximo del 4%.

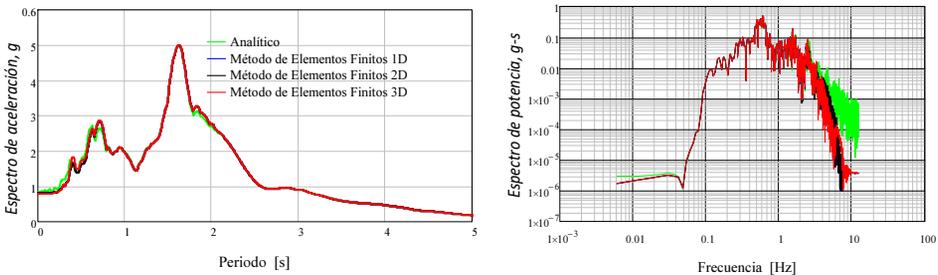
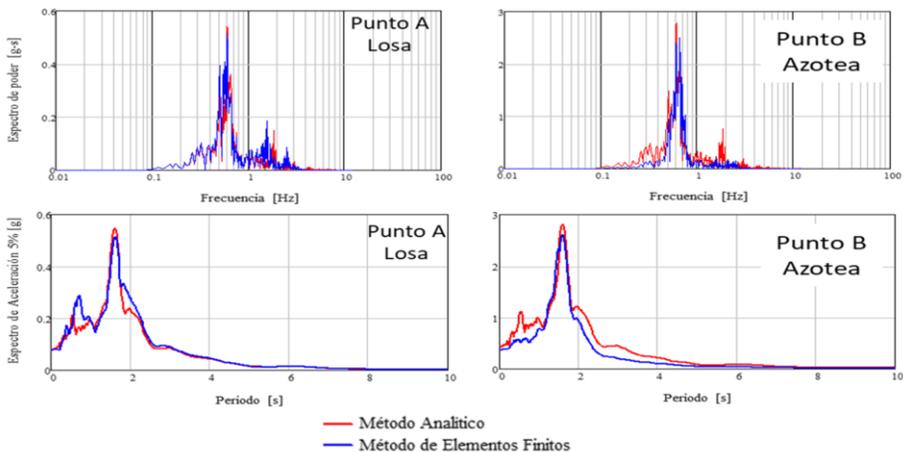


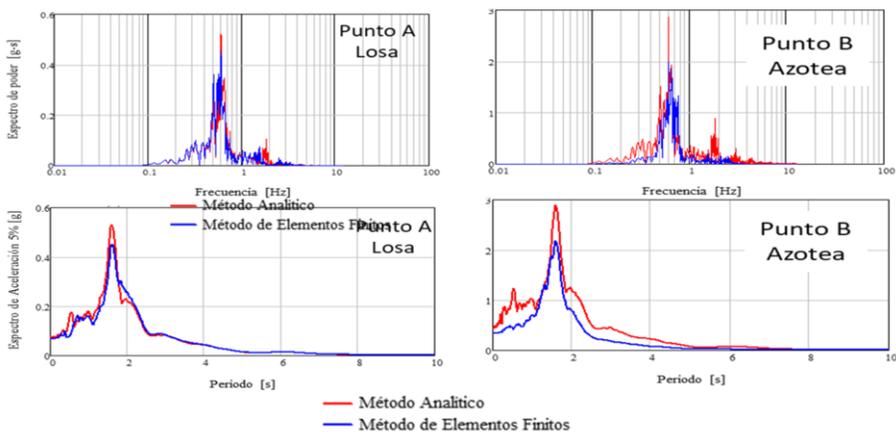
Figura 5. Espectros de respuesta de la señal determina en la superficie del depósito con los modelos numéricos y el método analítico.

*Análisis de interacción suelo-estructura.* Posteriormente se realiza el análisis de interacción suelo-estructura incluyendo en el modelo un edificio de 5 niveles, con profundidades de desplante de 0m y 5m (Figura 4). En las Figuras 6 y 7, se muestran los espectros de potencia y de respuesta obtenidos en los puntos A y B y su comparación con el método analítico, para las profundidades de desplante estudiadas. Se tienen las observaciones siguientes: a) Las ordenadas espectrales en el punto A, no sufren variaciones importantes con respecto a la respuesta de campo libre, pero al incrementar la profundidad de desplante del edificio dichas ordenadas descienden ligeramente, principalmente en periodos menores al del depósito. Por tanto, el efecto de la profundidad de desplante en la losa del edificio es el descenso ligero de las ordenadas espectrales. b) Las ordenadas espectrales determinadas en el punto B, crecen de manera importante en comparación con las de campo libre, sin importar el periodo fundamental del depósito

de suelo, y cambian ligeramente al crecer la profundidad de desplante, disminuyendo en periodos menores al del depósito e incrementándose para los mayores. c) Las ordenadas espectrales obtenidas con modelos analíticos son ligeramente mayores a las determinadas con los modelos numéricos. Este resultado se debe a que el modelo 3D del edificio se simplifica a uno de 2D en el método analítico y la profundidad de desplante se representa con un elemento rígido. En general, el efecto de la variación de la profundidad de desplante es más evidente en los modelos numéricos.



**Figura 6.** Espectros de potencia y de respuesta obtenidos con los métodos analítico y numérico en los puntos A y B (losa y azotea, respectivamente), para el caso de una profundidad de desplante de  $D_f=0m$ .



**Figura 7.** Espectros de potencia y de respuesta obtenidos con los métodos analítico y numérico en los puntos A y B (losa y azotea, respectivamente), para el caso de una profundidad de desplante de  $D_f=5m$ .

### 5. Conclusiones

Se describe un método para determinar de manera aproximada la respuesta de depósitos de suelos mediante el MEF. La estrategia se basa en optimizar la señal incidente en la base del depósito, así como la malla de elementos finitos, a fin de reducir los tiempos y

la capacidad de cómputo, sin afectar de manera importante los resultados obtenidos, calibrando los modelos con soluciones analíticas.

Se estudia un edificio de 5N ubicado en un depósito típico de la zona lacustre de la CDMX y se muestra que la estrategia propuesta para el modelo numérico es capaz de representar de manera adecuada la respuesta dinámica de depósitos de suelos empleando programas y equipos de cómputo convencionales. Los resultados indican de ambos métodos, el analítico propuesto por Kausel y el MEF, producen resultados similares, siendo ligeramente mayores los generados por el método analítico. Esta diferencia se debe principalmente a que en el método analítico se simplifica el edificio a un modelo 2D equivalente y la profundidad de desplante se representa mediante un elemento rígido.

Para condiciones de depósitos de suelo con estratificación horizontal y de una estructura regular, el método analítico produce excelentes resultados y es adecuado para validar los modelos numéricos, donde posteriormente pueden introducirse variaciones estratigráficas o estructuras no regulares, así como el comportamiento no lineal.

## Referencias

- [1] Gobierno de la CDMX (2017), *Normas Técnicas Complementarias: Diseño por sismo*. Reglamento de Construcciones de la CDMX,
- [2] Kausel E, Whitman R V, Morray J P y Elsabee F (1978), "The spring method for embedded foundations", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 48, pp. 377-392.
- [3] Fernández-Solá, L. R. (2007), *Efectos de interacción dinámica suelo-estructura en edificios con primer piso blando*, Tesis de Maestría, DEPEFI, UNAM, México.
- [4] Idriss, I. M. and Seed, H. B. (1968) "Seismic Response of Horizontal Soil Layers," *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, Vol. 94, No. SM4, July, pp. 1003-1031.
- [5] Kuhlemeyer, R.L. and Lysmer. J. (1973), "Finite Element Method Accuracy for Wave Propagation Problems". *Journal of the Soil Dynamics Division*, 99, 421-427.
- [6] MIDAS (2016), *Programa GTSNX v1.1 2016*, [www.MidasUser.com](http://www.MidasUser.com)
- [7] Vucetic, M (1990), Normalized behavior of clay under irregular cyclic loading. *Canadian Geotechnical Journal*, 1990, 27(1): 29-46,
- [8] Deepsoil (2018), *Nonlinear and Equivalent Linear Seismic Site Response of One-Dimensional Soil Columns*, Department of Civil and Environmental Engineering U. of Illinois.
- [9] Rayleigh, J. and Lindsay, R. (1945) *The Theory of Sound*. Dover Publications, Inc., Dover.