

Interpretación de Señales Usando Transformadas Wavelet Continuas

Alfonso FERNÁNDEZ-LAVÍN^{a,1} y Efraín OVANDO-SHELLEY^a

^a Instituto de Ingeniería – UNAM, Coordinación de Geotecnia

Resumen. En las últimas décadas la estimación de la velocidad de onda cortante (V_s) en pruebas de laboratorio empleando cristales piezoeléctricos se ha vuelto muy común alrededor del mundo. Aunque muchas técnicas para la estimación del tiempo de arribo de la onda han sido propuestas, con cada una de ellas se puede encontrar un valor diferente de V_s . En los análisis en el dominio de la frecuencia utilizando las Transformadas de Fourier, se puede perder información valiosa al momento de transformar de dominio la información. Por esta razón como alternativa para el análisis ha surgido la Transformada Wavelet, que será empleada en este documento para interpretar los tiempos de arribo de ondas cortantes mediante un análisis multi resolución. Utilizando una wavelet madre tipo sombrero mexicano se descompuso la señal de llegada por medio de la Transformada Wavelet Continua con el fin de interpretar el arribo de la onda en un diagrama tiempo-escala-coeficientes como un pico relativo. Los resultados fueron muy satisfactorios al interpretar señales obtenidas en probetas de origen lacustre, incluso con señales contaminadas con ruido. De forma paralela fue llevado a cabo un ensayo en la columna resonante sobre una muestra gemela a fin de comparar las velocidades de onda cortante.

Palabras Clave. Cámara triaxial, velocidad cortante, wavelet, cristales piezoeléctricos.

1. Introducción

Las propiedades dinámicas de los suelos son un tema importante dentro de los análisis de comportamiento geomecánico ante sollicitaciones cíclicas. Muchas técnicas de campo y laboratorio se enfocan en la determinación de estas propiedades a muy pequeñas deformaciones angulares, como es el caso del módulo cortante máximo (G_{\max}). Su determinación en el rango elástico es relativamente sencilla (Ec. 1), cuando previamente se conoce la velocidad de onda cortante (V_s) que se transmite a través de un material determinado y está dado por la siguiente expresión:

$$G_{\max} = \rho V_s^2 \quad (1)$$

donde, ρ es la densidad del suelo.

Por esta razón, en la actualidad los cristales piezoeléctricos constituyen una alternativa muy útil para la determinación de la velocidad de onda sísmica en el rango elastodinámico, debido a su sencilla confección, montaje y operación en diferentes

¹ Correspondencia del autor: Instituto de Ingeniería UNAM, Circuito Escolar s/n, Ciudad Universitaria, Delegación Coyoacán, CDMX, C.P. 04510; E-mail: aferandezl@iingen.unam.mx

equipos de laboratorio. Incluso esta técnica ha sido utilizada para estudiar de una manera indirecta los cambios en la estructura de suelos lacustres durante ensayos triaxiales no drenados [1].

La piezoelectricidad es una propiedad natural de algunos cristales (*e.g.* cuarzo, turmalina), pero también pueden ser fabricados industrialmente. Este tipo de materiales generan una señal eléctrica cuando son sometidos a deformaciones mecánicas y en contraste sufren deformaciones mecánicas cuando se les aplica un voltaje. Típicamente un elemento *bender* (BE) consiste en dos placas piezoeléctricas delgadas fuertemente pegadas a una placa central metálica [2] y pueden ser conectados eléctricamente en serie o paralelo. Incluso en los últimos tiempos se ha popularizado un arreglo híbrido capaz de generar ondas cortantes y de compresión en una misma trayectoria [3].

Para la estimación de V_s en el laboratorio mediante pruebas con BE, es necesario conocer únicamente dos valores ($V_s=L/t$). L es la longitud del tramo viajado por la onda cortante, para el cual internacionalmente existe un consenso en utilizar la distancia punta a punta entre transductores [4]. El valor de t corresponde al tiempo de viaje de la onda, para el que todavía no existe un procedimiento normalizado.

Por esta razón, en los últimos tiempos muchas investigaciones se han enfocado en discutir los diferentes métodos que permitan una interpretación unificada, pues para una misma probeta los valores de V_s pueden variar dependiendo de la técnica de interpretación seleccionada [5].

Adicional a la técnica de interpretación, existen otros factores que pueden dificultar la interpretación del tiempo de arribo en pruebas con BE, como son: el efecto de campo cercano [6], ruidos [7], señal cruzada [8], tamaño de la probeta y efectos de frontera [9], entre otros.

A fin de explorar técnicas alternativas para la interpretación del tiempo de arribo se han empleado las Transformadas Wavelet en análisis multi resolución mediante un análisis tiempo-frecuencia, interpretando los tiempos de arribo como singularidades [7] o filtrando mediante un umbral los coeficientes de detalle [10], encontrando buenos resultados aún en señales con presencia de ruido.

En la presente investigación, se utilizan Transformadas Wavelets Continuas (TWC) para estimar los tiempos de arribo de ondas cortantes generadas con pulsos sinusoidales. Este tiempo de arribo fue interpretado como un cambio abrupto en la señal, singularidad que produce coeficientes wavelet relativamente altos centrados en la discontinuidad, lo que es especialmente notorio a pequeñas escalas. Las probetas analizadas fueron elaboradas con suelos residuales provenientes del Ex Lago de Texcoco. Adicionalmente, con el fin de comparar las V_s obtenidas con este criterio de manera simultánea se realizaron ensayos en la columna resonante con una probeta gemela.

La organización de este documento es como sigue: la sección 2 presenta una breve descripción de las Transformadas Wavelets Continuas y en la sección 3 se describe el procedimiento experimental en el laboratorio, seguido por la sección 4 en la que se presentan y discuten los resultados obtenidos. Finalmente, en la sección 5 se presentan algunas conclusiones y comentarios finales.

2. Transformadas Wavelet Continua (TWC)

En muchos ámbitos del análisis de señales la Transformada de Fourier es la herramienta más utilizada. Esta técnica descompone la señal en series sinusoidales con diferentes

frecuencias, es decir, se transforma al dominio de la frecuencia la información de una señal generada con respecto al tiempo.

Si la señal analizada es de tipo estacionaria (su forma no varía con respecto al tiempo) este tipo de análisis es muy satisfactorio. Por otro lado, si la señal analizada es no estacionaria y transitoria, como la mayoría de señales de origen sísmico en esta transformación de dominio se puede perder información. La propuesta original de la transformada de Fourier no permite realizar un análisis simultáneo tiempo-frecuencia, razón por lo que se desarrolló una técnica alternativa denominada transformada de Fourier con ventana. Sin embargo, la calidad y precisión de la información dependerá del tamaño y tipo de ventana seleccionada para el análisis [11].

Como una alternativa para el análisis tiempo-frecuencia, nace el análisis Wavelet. Con esta herramienta la ventana tiene tamaños diferentes, es decir usa intervalos grandes para conocer información detallada de baja frecuencia y regiones cortas para altas frecuencias, es decir tiene la capacidad de efectuar un análisis local. Es importante aclarar que este análisis wavelet realizan un análisis tiempo-escala a diferencia de las transformada de Fourier. Un análisis detallado de la diferencia entre estas herramientas puede encontrarse en Daubechies [12].

Una wavelet es un tipo de onda con limitada duración y promedio igual a cero. La señal analizada será fraccionada a una versión escalada y desplazada de una wavelet denominada como madre, entregando como resultado una serie de coeficientes wavelet (C) que representan la correlación existente entre la sección de la señal analizada y la wavelet, es decir entre más alto C , mayor será la similitud con la señal. La Transformada Wavelet Continua (TWC) se expresa como:

$$(T^{wav} f)(a, b) = |a|^{-\frac{1}{2}} \int dt f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2)$$

donde, la función $\psi^{a,b}$ es la denominada wavelet madre, a es el factor de escala (normalmente es $a > 0$) y b el de traslación en el eje del tiempo. La wavelet se dilata cuando $a > 1$ y se contrae cuando $a < 1$. Indirectamente este factor de escala se encuentra relacionado con la frecuencia de la señal, valores pequeños de a corresponden a wavelets comprimidas que identifican detalles de cambios rápidos a altas frecuencias. Por otro lado, valores grandes de a corresponden a wavelet dilatadas e identifican cambios suaves y corresponden a bajas frecuencias. Esto quiere decir que se observa que es posible obtener una equivalencia escala-frecuencia.

Las TWC son transformadas que utilizan una gran cantidad de datos, debido a que existe un traslape entre cada escala y entre escalas. Una fortaleza de las wavelets es permitir identificar discontinuidades o singularidades en una señal, por esta razón se aplicaron para la interpretación de los tiempos de arribo de ondas cortantes. Esta habilidad de las wavelets para detectar singularidades es más eficiente a pequeñas escalas, debido a que en estas escalas son afectados sólo un pequeño número de coeficientes wavelets [13].

Una wavelet madre debe tener un valor promedio de cero y debe decaer su valor de una manera rápida. Una wavelet comúnmente utilizada en ingeniería sísmica es la conocida como pulso de Ricker o sombrero mexicano. Esta wavelet no tiene función de escalas y es derivada desde una función que es proporcional a la segunda derivada de una función Gaussiana, la expresión de la wavelet madre es la siguiente:

$$\psi(x) = \frac{2}{\sqrt{3}}\pi^{-\frac{1}{4}}(1-x^2)e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (3)$$

Esta wavelet madre ha sido seleccionada debido a que su forma se asemeja mucho a la forma inicial de la onda receptora estudiada. Es importante mencionar que los valores de los coeficientes wavelet podrán variar según la función utilizada.

3. Probetas y equipo experimental

La dimensión inicial de la probeta fue de 85 mm de alto y 35 mm de diámetro, manteniendo una relación h/d mayor a 2, que fue cortada cuidadosamente a partir de una muestra inalterada recuperada mediante un tubo de pared delgada. El sector en donde se realizó este sondeo exploratorio se ubicó en el sector Nororiente de la Cuenca del Valle de México (Ex Lago de Texcoco).

A los estratos que conforman los primeros 30 metros de profundidad en promedio se los denomina como la primera formación arcillosa, principalmente conformada por suelos finos de tipo arcilloso y limoso (MH y CH, principalmente), prevaleciendo arcillas del tipo montmorillonita cálcica, en menor cantidad se pueden encontrar otros tipos de materiales constituidos por montmorillonita sódica, caolín plástico, illita, sepiolita y atapulgita [14].

El equipo empleado en este estudio comprende una cámara triaxial ELE equipada con BE. Estos cristales fueron construidos de plomo-zirconio-titanio ($\text{Pb}(\text{Ti.Zr})\text{O}_3$) denominado PZT, constituidos por dos placas pegadas entre sí. Las dimensiones de los elementos *bender* fueron como sigue: 12 mm de largo (empotrado 1/3 de su longitud total), 6 mm de ancho y 1 mm de espesor. Inicialmente estos cristales fueron cubiertos con pintura conductiva para ser conectados a tierra y posteriormente recubiertos con pintura fotosensible para impermeabilización y aislamiento.

En el pedestal y el cabezal de la cámara triaxial fueron instalados cristales piezoeléctricos conectados con cables coaxiales al equipo periférico. Este equipo se encontró conformado por: un generador de funciones, el cual fue fabricado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, acoplado a un osciloscopio modelo HP54540A que permite visualizar las señales. Éstas últimas fueron adquiridas, almacenadas y analizadas en un computador conectado al osciloscopio. Las señales analizadas, fueron obtenidas después de cada etapa de consolidación isótropa (14.7, 29.4, 44.1, 68.7 y 98.1 kPa).

Adicionalmente, con el fin de comparar las Vs obtenidas utilizando el enfoque propuesto, una segunda probeta fue sometida a diferentes etapas de consolidación isótropa en una columna resonante de base fija y cabezal libre. Posterior a la culminación de esta etapa y con el fin de encontrar la Vs máxima en cada etapa, la probeta fue sometida a vibraciones sinusoidales de amplitud constante. Durante cada ciclo la frecuencia de oscilación fue variando hasta encontrar la frecuencia fundamental del sistema para estimar de una manera indirecta la Vs.

4. Resultados y análisis

Como se explicó anteriormente, el fundamento de la transformada wavelet es que una onda madre escalada, es trasladada a lo largo del eje del tiempo. En cada una de estas posiciones un coeficiente wavelet es calculado e indica la similitud que existe entre la

onda trasladada para un tiempo y una escala específica respecto a la porción de la señal analizada. Este mismo análisis es repetido para cada uno de los diferentes niveles analizados, es decir que se calculan diferentes coeficientes para diferentes escalas en diferentes secciones de la señal. En la Figura 1 se observan los coeficientes wavelets obtenidos de una señal; como se observa esta Figura se representa en tres ejes coordenados (tiempo, escala y coeficientes).

El criterio de la primera llegada de la onda cortante consiste en ubicar el primer pico de los coeficientes respecto a la escala de tiempo como se puede observar en la Figura 2. En esta misma Figura, el tiempo de arribo estimado con este enfoque fue de 2.7×10^{-3} s.

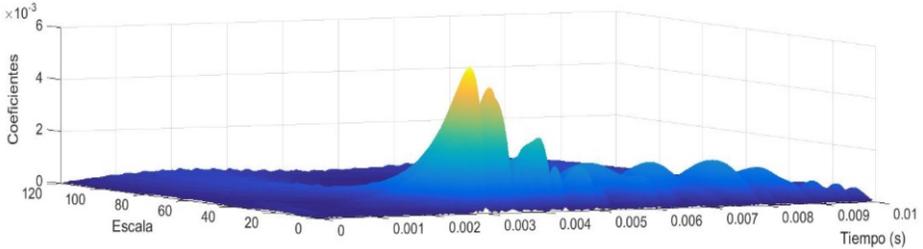


Figura 1. Escalograma obtenido para una señal típica de llegada.

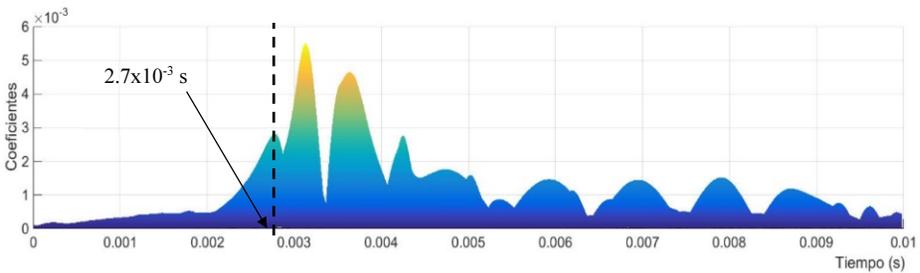


Figura 2. Localización del tiempo de arribo en el diagrama tiempo-escala.

Con el fin de comparar el tiempo de arribo estimado con las TWC, en la Tabla 1 se muestra una comparación con los tiempos de arribo obtenidos con criterios comúnmente utilizados en la bibliografía especializada para la identificación de los tiempos de arribo de la onda cortante (dominio del tiempo y dominio de la frecuencia). Esta señal no se encontraba influenciada por el efecto de campo cercano, razón por la que permitió utilizar el criterio de la primera deflexión.

Tabla 1. Comparación de los tiempos de arribo obtenidos con diversos métodos en el dominio del tiempo, de la frecuencia.

Criterio	Tiempo ($\times 10^{-3}$ s)
Primera llegada	2.4
Intersección eje	2.9
Pico-pico máximos	3.1
Correlación cruzada	2.6

El valor promedio de los tiempos de arribo mostrados en la Tabla 1 es de 2.7×10^{-3} s, valor que coincide con el valor estimado que utiliza los coeficientes wavelets. La Figura 3 presenta las Vs estimadas a partir de los tiempos de arribo determinados con las TWC con BE en cada una de las etapas de consolidación primaria isótropa a la que fue sometida la probeta dentro de la cámara triaxial. Es importante mencionar que las Vs fueron determinadas una vez culminada la consolidación primaria de la probeta.

Para comparar estas Vs con valores obtenidos en laboratorio, simultáneamente se ensayó en la columna resonante una muestra gemela y se determinó la Vs por medio de barrido de frecuencias (vibración forzada) de manera similar que en la cámara triaxial posterior a la culminación de la consolidación primaria inducida por esfuerzos isotrópicos.

En la Figura 3 se observa que de manera general a pequeños esfuerzos de confinamiento las Vs obtenidas con los BE son muy similares a las obtenidas en la columna resonante. Es interesante observar que conforme aumenta el confinamiento en la cámara triaxial esta diferencia se incrementa. Este comportamiento se debe a que, bajo la influencia de un alto nivel de confinamiento, la respuesta de los BE puede reducirse, produciendo inclusive ruido [15]. Por otro lado, también puede deberse a un retardo inherente en la generación del pulso mecánico y la respuesta del receptor dentro de la probeta, particularidad que puede llegar a incrementarse a medida que aumente el confinamiento [16].

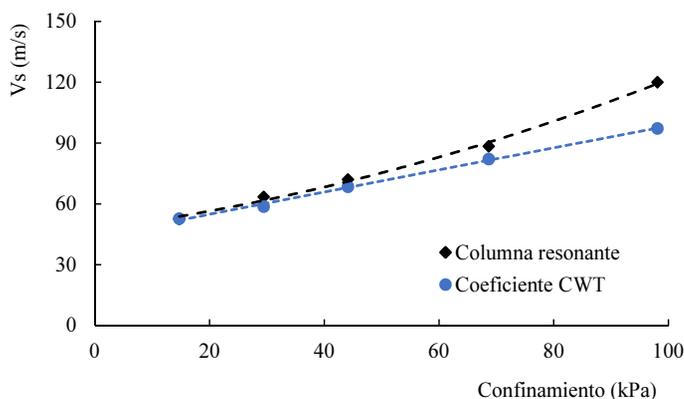


Figura 3. Comparación de las Vs obtenidas con CR y TWC para diferentes esfuerzos de confinamiento.

Normalmente las señales pueden estar contaminadas por ruido, como se observa en la Figura 4. Esta interferencia dificulta la interpretación del tiempo de arribo de la onda cortante. Los criterios habitualmente utilizados para interpretar estas señales no son muy útiles en estos casos. Analizando esta señal con las TWC en la parte inferior de la Figura 4 se presenta un diagrama tiempo-coeficientes wavelet de esta misma señal. El primer arribo de la señal fue fácilmente identificable en esta Figura, con un valor de 2.8×10^{-3} s. Con este ejemplo se presenta la versatilidad de esta nueva herramienta para la interpretación de los tiempos de arribo de ondas cortantes aún en señales con presencia de ruidos.

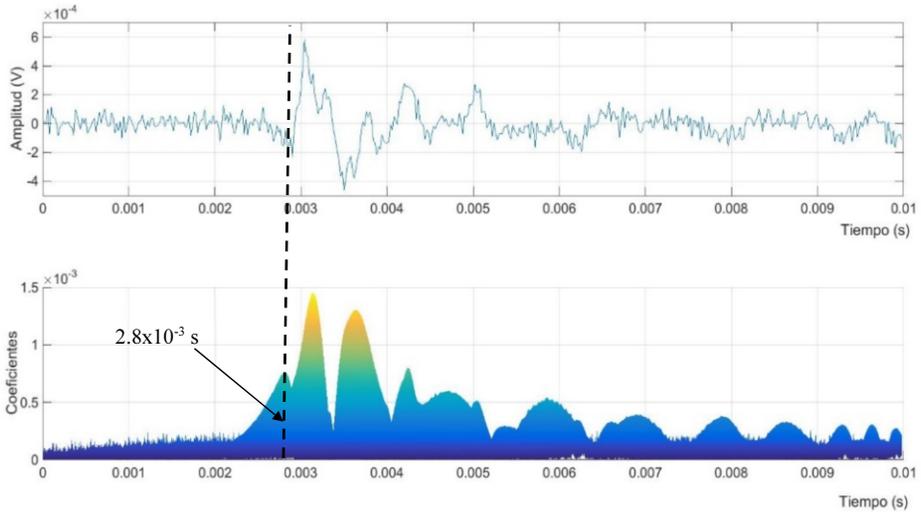


Figura 4. Interpretación del tiempo de arribo de la Vs en una señal con ruido.

5. Conclusiones

Las transformadas wavelets se presentan como una nueva herramienta para la interpretación de los tiempos de arribo en pruebas efectuadas en diferentes equipos de laboratorio equipados con BE, debido a que permiten realizar un análisis tiempo-coeficientes-escala sin pérdida de información.

El tiempo de arribo fue identificado como un primer pico de los coeficientes wavelet en el eje del tiempo, es decir que se buscó identificar discontinuidades o singularidades de la señal. Esta habilidad de las wavelets para detectar singularidades es más eficiente a pequeñas escalas.

Los valores de Vs obtenidos con CWT fueron muy cercanos a los obtenidos en pruebas con columna resonante, especialmente a pequeños esfuerzos. Normalmente señales con ruido dificultan identificar el tiempo de arribo de la onda cortante. Utilizando las CWT fue posible identificar esta información representada con un pico en los coeficientes wavelet a pequeñas escalas aún en una señal con mucho ruido. En esta investigación se utilizó la wavelet madre tipo sombrero mexicano. Los resultados pueden variar si se utiliza otro tipo de wavelet.

Agradecimientos

Los autores agradecen profundamente a Claudia Chamorro por su permiso para incluir y usar sus datos experimentales. También al apoyo del Concejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), de la Secretaría de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación (SENESCYT) y al Instituto de Ingeniería de la UNAM (II-UNAM). Al Ing. Adrián Cázarez por su importante participación en la etapa de laboratorio.

Referencias

- [1] Cázarez-Acosta I., Fernández-Lavín A. & Ovando-Shelley E. (2018). “Determinación de velocidades de ondas: cortante (V_s) y de compresión (V_p), en muestras de suelos pre consolidados y normalmente consolidados del Ex Lago de Texcoco”, *Memorias XXIX Reunión Nacional de Ingeniería Geotécnica*, Publicación SMIG, León, Guanajuato (1): 861-866.
- [2] Brignoli, E.G, Gotti M. & Stokoe K.H. (1996). “Measurement of Shear Waves in Laboratory Specimens by Means of Piezoelectric Transducers”, *Geotechnical Testing Journal*, (19): 384-397.
- [3] Lings M. & Greening P. (2001). “A novel/extender element for soil testing”, *Géotechnique* (51): 713-717.
- [4] Yamashita S., Fujiwara T., Kawaguchi T., Mikami T., Nakata Y. & Shibuya S. (2003). “International Parallel Test on the Measurement of G_{max} Using Bender”, *Technical committee, TC29 (Stress-strain and Strength Testing of Geomaterials)* of International Society of Soil Mechanics and Geotechnical Engineering.
- [5] Fernández-Lavín A. & Ovando-Shelley E. (2018). “Interpretación de señales en muestras del ex Lago Texcoco, usando métodos en el dominio del tiempo y de la frecuencia”, *Memorias XXIX Reunión Nacional de Ingeniería Geotécnica*, Publicación SMIG, León, Guanajuato (1): 853-860.
- [6] Sánchez-Salineró I., Roesset J.M. & Stokoe K.H (1986). “Analytical studies of body wave propagation and attenuation”, *Geotechnical report No GR86-15*, Civil Engineering Department, the University of Texas at Austin.
- [7] Bonal J., Donohue S. & McNally C. (2012). “Wavelet analysis of bender element signals”, *Géotechnique* (62): 243–252.
- [8] Lee J. & Santamarina C. (2005). “Bender elements: Performance and signal interpretation”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, (131): 1063-1070.
- [9] Arroyo M., Muir D., Wood, P.D., Greening, L., Medina, & J. Rio (2006). “Effects of sample size on bender-based axial G_0 measurements”, *Géotechnique* (56): 39-52.
- [10] Fernández-Lavín A. & Ovando-Shelley E. (2019). “Threshold denoising method for signal analysis”, *XVI Panamerican Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Cancún, Quintana Roo, México.
- [11] Sheng Y. (2000). *Wavelet Transform, The Transforms and Applications Handbook*, 2nd Edition, Alexander D. Poularikas, Editor in Chief.
- [12] Daubechies I. (1992). *Ten lectures on wavelets*. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [13] Misiti M., Misiti Y., Oppenheim G. & Poggi J.M. (2018). *Wavelet Toolbox, Getting Started Guide*, MathWorks, Inc.
- [14] Almanza-Hernández F., Rangel-Núñez J. & Garfias-García E. (2013). “Study on the composition and microstructure of lacustrine soft soil deposits in Mexico City”, *ISSMGE Technical Committee TC-214 Workshop Extreme Soils Mechanics*.
- [15] Viana da Fonseca A., Ferreira C. & Fahey M. (2009). “A Framework Interpreting Bender Element Tests, Combining Time-Domain and Frequency-Domain Methods”, *Geotechnical Testing Journal*, ASTM, (32): 1-17.
- [16] Camacho-Tauta J., Ali H., Cascante G. & Viana da Fonseca A. (2015). “Frequency domain method in bender element testing—experimental observations”, *Deformation Characteristics of Geomaterials, Proceedings of the 6th International Symposium on Deformation Characteristics of Geomaterials*, V.A. Rinaldi et al. (Eds.), IOS Press, (1): 398-406.