# Deux outils simples pour traiter des interactions complexes d'un massif renforcé par inclusions rigides

Two simple tools for evaluating the complex interactions in a soil reinforced by rigid inclusions

F. Cuira & B. Simon Terrasol, Paris, France

# RÉSUMÉ

Deux outils simples et complémentaires ont été développés pour le dimensionnement des ouvrages étendus fondés sur inclusions rigides. L'outil Taspie+ étudie une cellule élémentaire centrée sur une inclusion en détaillant les mécanismes de cisaillement qui se développent selon la direction verticale, dans le matelas de répartition, le long de l'inclusion et sous sa pointe en exploitant la notion de courbes de transfert, appliquée au déplacement relatif sol – inclusion. L'outil Tasplaq traite de plaques de forme quelconque reposant sur un massif multicouche élastique. Il associe un modèle éléments finis des plaques avec une solution approchée des déplacements dans le massif multicouche élastique. Le support élastique peut également être décrit comme une distribution hétérogène de ressorts. En exprimant les résultats de Taspie+ comme deux séries corrélées de ressorts, l'association des deux outils se révèle féconde pour la conception des projets courants de dallage sur sol renforcé par inclusions rigides, en intégrant les joints de retrait du dallage sans accroître la complexité des modèles.

## ABSTRACT

Two simple and complementary design tools have been developed for spread works to be founded over soil reinforced by rigid inclusions. Taspie+ tool deals with an elementary cell with an inclusion at its centre and studies the shear mechanisms developing vertically within the granular layer, along pile shaft and below pile tip by mean of simple t-z transfer curves in reference to the relative soil-pile displacement. Tasplaq tool deals with plates of any required shape lying on a layered elastic medium; it combines a finite element model of the plates and an approximate solution of displacements in the layered elastic medium. The elastic support can also be reduced to a distribution of heterogeneous springs. Since Taspie+ results may readily be converted in two correlated spring series, combination of both tools proves fruitful to study most common projects of floor slabs founded over soil reinforced by rigid inclusions, since expansion joints can be included in models without increasing their complexity.

Keywords : reinforcement, design, rigid inclusions, floor slab, plate, settlement, bending stress

# 1 INTRODUCTION

Le renforcement des sols par inclusions rigides verticales s'est largement développé depuis une vingtaine d'années. En France il s'applique majoritairement à des projets d'entrepôts industriels dont les dallages doivent supporter des charges réparties ou ponctuelles distribuées de manière quelconque dans l'espace et dans le temps. Le système de fondation adopté associe un réseau d'inclusions rigides verticales, un matelas en sol frottant et un dallage en béton, renforcé ou non. Selon la pratique actuelle les inclusions ont généralement un diamètre 30 à 40 cm, des espacements de l'ordre de 2 m, et le dallage une épaisseur comprise entre 17 cm et 30 cm. Ce système de fondation composite fonctionne du fait des interactions complexes qui se développent entre sol en place, inclusion, matelas granulaire et dallage. Ce caractère original impose une conception globale de la solution de fondation.

Cette conception globale peut s'appuyer sur des modèles complets aux éléments finis ou aux différences finies. Les modèles 2D axisymétriques, faciles à mettre en œuvre, imposent cependant des simplifications radicales des conditions réelles de chargement. Les modèles éléments finis ou différences finies 3D se révèlent rapidement d'une grande complexité et d'une mise en œuvre délicate pour les projets courants.

Pour pallier ces difficultés deux outils simples et complémentaires ont été développés pour le dimensionnement des ouvrages étendus fondés sur inclusions rigides. Ces deux outils se révèlent particulièrement efficaces pour traiter toutes les interactions qui sont à prendre en compte au titre de la conception globale.

# 2 MODELE TASPIE+

## 2.1 Principes

Le modèle Taspie+ a pour objet l'étude du fonctionnement d'une cellule élémentaire centrée sur une inclusion soumise à un chargement vertical. Ce volume est décomposé en deux domaines (figure 1): celui constitué par l'inclusion et les volumes de sol qui la prolongent jusqu'aux limites inférieure ou supérieure du modèle, et le volume de sol complémentaire. L'interaction entre ces deux domaines est supposée entièrement décrite par le cisaillement  $\tau$  qui se développe sur leur frontière verticale (Simon 2001).



Figure 1. Modèle de la cellule élémentaire autour de l'inclusion.

Le pieu et le volume élémentaire de sol associé sont assimilés à des cylindres de géométrie équivalente. Le modèle est supposé périodique ce qui implique que le cisaillement est nul sur les faces verticales extérieures. La géométrie du modèle est définie par tranches horizontales.

# 2.2 Mise en équation

Les équations d'équilibre expriment la conservation des efforts dans toute section horizontale du modèle, dans l'inclusion (1) et dans le sol (2):

$$\left[dQ_{p}(z) = (p\tau + \gamma_{p}s_{p})dz\right]$$
(1)

$$dQ_s(z) = (-p\tau + \gamma_s s_s) dz$$
<sup>(2)</sup>

 $\tau$  représente le cisaillement développé à l'interface inclusionsol par l'interaction des deux domaines ;  $\gamma_s$ , le poids volumique des couches qui n'existaient pas dans l'état initial et participent au chargement du modèle ; p, périmètre de l'inclusion ;  $s_p, \, s_s,$ sections respectives des domaines représentant l'inclusion et le sol.

Le tassement du pieu et le tassement moyen du sol satisfont les équations complémentaires suivantes :

$$dy_p(z) = \frac{Q_p(z)}{s_p E_p} dz$$
 et  $dy_s(z) = \frac{Q_s(z)}{s_s E_s} dz$  (3) et (4)

où  $E_p(z)$  est le module d'Young du matériau constitutif de l'inclusion ;  $E_s(z)$ , le module de déformation apparent du sol pour le niveau de chargement appliqué. Compte tenu de l'hypothèse de périodicité du modèle, ce module est assimilé au module œdométrique pour les sols compressibles (déformations latérales nulles aux bords du modèle). L'équation (4) établit le tassement moyen du sol à la profondeur z.

L'interaction entre les deux domaines (inclusion et volume de sol complémentaire) est supposée pouvoir être entièrement décrite au niveau de chaque couche par une fonction de transfert exprimant la dépendance du cisaillement  $\tau$  avec le déplacement relatif entre les deux domaines :

$$\tau(z) = f\left(y_p(z) - y_s(z)\right) \tag{5}$$

Des lois de transfert ont été proposées par Frank & Zhao (1982) pour des pieux forés dans des sols fins ou granulaires à partir de l'interprétation d'un grand nombre d'essais de chargement ; elles s'appuient sur le module pressiométrique E<sub>M</sub> et le frottement limite q<sub>sl</sub>. Elles se révèlent également bien adaptées pour décrire les interactions qui se développent sur la hauteur de l'inclusion. Dans ce cas, elles sont généralisées en considérant le déplacement relatif sol-inclusion au lieu du déplacement absolu et s'appliquent ainsi à toute profondeur, sans distinction du caractère positif ou négatif du frottement exercé par le sol sur l'inclusion. Ces mêmes lois peuvent être adoptées au niveau du matelas de répartition en ajustant la valeur  $q_{sl}$  à l'état de contraintes entre les inclusions. Il est également possible dans certains cas particuliers (par exemple couche de répartition rigide) de construire la loi de transfert directement à partir de l'équilibre d'un disque sous chargement concentrique.

Il est à noter que la formulation générale qui a été suivie pour exprimer les équations d'équilibre dans deux domaines apposés, en interaction, apparaît comme une forme simplifiée du modèle biphasique (Hassen & De Buhan 2005).

### 2.3 Résolution

Le système non linéaire constitué par les équations différentielles (1) à (5) est résolu par une méthode itérative après discrétisation du modèle dans chaque tranche.

La procédure générale de résolution traite des conditions aux limites suivantes :

- charge totale appliquée en tête du modèle Q(0) ;
- fraction de cette charge transmise en tête du domaine inclusion  $E_{QP} = Q_p(0)/Q(0)$ .

Le calcul général est conduit en actualisant à chaque itération le profil du tassement moyen du sol  $y_s(z)$  selon les équations (3), (4) et (5). Il fournit la distribution en fonction de la profondeur du tassement de l'inclusion, du tassement moyen du sol, du frottement mobilisé, de l'effort normal dans l'inclusion et de la résultante des contraintes verticales dans le sol.

Dans le cas d'un remblai, le facteur  $E_{QP}$  est le rapport entre la surface de la tête d'inclusion et la surface de la maille.

Dans le cas d'un dallage ou radier, la valeur du facteur  $E_{QP}$  est établie en recherchant l'égalité des tassements en surface  $y_p(0)$  et  $y_s(0)$ , ce qui est justifié par le fait que les déformations de l'élément structurel de surface sont négligeables devant celles du sol. Le facteur  $E_{QP}$  peut également être obtenu directement par une procédure simplifiée : le profil de tassement du sol  $y_s(z)$  est assimilé dans ce cas particulier au profil  $y_s^*(z)$  qui serait obtenu sans inclusion, ce qui permet de réduire le nombre des itérations.

## 2.4 Evaluation du modèle

La figure 2 présente deux configurations de renforcement pour un même profil de sol. Dans la première, une charge de 100 kPa est appliquée sur un dallage en surface, et dans la seconde une hauteur équivalente de remblai est posée directement sur le matelas. Dans les deux cas, les inclusions de 38 cm de diamètre sont disposées suivant une maille carrée 2 m x 2 m et ancrées dans une couche porteuse. Les paramètres nécessaires au calcul Taspie+ sont ceux en gras ; ils sont complétés par les paramètres de cisaillement nécessaires à un calcul parallèle aux éléments finis.



Figure 2. Exemple de renforcement par inclusions rigides

Les résultats obtenus sont comparés sur la figure 3. Dans les deux configurations, on relève deux plans d'égal tassement, l'un au dessus des têtes d'inclusions et l'autre dans le sol compressible. Dans le premier cas, le plan d'égal tassement supérieur est confondu avec la sous face du dallage (par hypothèse), mais dans le deuxième cas, il s'établit dans le corps de remblai. Cette différence de comportement se traduit par des tassements plus faibles sous le dallage que sous le remblai au même niveau. Cette différence est également reflétée par une meilleure efficacité sous le dallage (charge en tête d'inclusion plus élevée). Au total, la première configuration favorise le mécanisme de transfert de charge vers l'inclusion. La figure 3 permet également de comparer les solutions du modèle Taspie+ à celles d'un calcul éléments finis axisymétrique (Plaxis) en élasticité linéaire avec critère Mohr Coulomb pour le sol et les interfaces ; elle souligne la concordance des deux approches.



Figure 3. Profils de tassement calculés dans les deux configurations : dallage (gauche) et remblai (droite).

#### **3 MODELE TASPLAQ**

## 3.1 Principes

Il s'agit d'un module d'étude d'une fondation étendue (plaque) de géométrie quelconque reposant sur un massif de sol avec ou sans système de renforcement.

## 3.1.1 Modélisation de l'élément de fondation

L'élément de fondation est assimilé à une plaque de comportement élastique linéaire, localement homogène isotrope. On se limite au cas des plaques travaillant en flexion pure et dont l'épaisseur est faible devant les autres dimensions, ce qui permet d'adopter la théorie des plaques minces (Kirchhoff) où seules les déformations dues à la flexion sont prises en compte : les déformations d'effort tranchant sont négligées.

La résolution des équations d'équilibre et de comportement de la plaque peut être menée numériquement en discrétisant la plaque en éléments finis. On utilise des éléments rectangulaires à quatre nœuds et douze degrés de liberté: quatre translations et huit rotations. Dans le cadre de cette discrétisation, l'équilibre de la plaque se traduit par un système linéaire équivalent (6) :

$$\mathbf{K}^{\mathbf{e}}.\mathbf{a}^{\mathbf{e}} = \mathbf{F}^{\mathbf{ext}} - \mathbf{R}^{\mathbf{s}} \tag{6}$$

où  $\mathbf{K}^{e}$  est la matrice de rigidité de la plaque constituée par assemblage des matrices de rigidité élémentaires ;  $\mathbf{F}^{ext}$ , le vecteur chargement relatif aux charges extérieures exercées sur la plaque;  $\mathbf{R}^{s}$ , le vecteur chargement relatif à la réaction du sol ;  $\mathbf{a}^{e}$ , le vecteur déplacement équivalent de la plaque, constitué par le déplacement et les rotations en chaque nœud.

On se place dans l'hypothèse d'un contact sans frottement où seules les réactions normales à la plaque sont prises en compte. On suppose également, dans un premier temps, que le tassement du sol est égal au déplacement vertical de la plaque. Avec ces hypothèses, la réaction du sol peut être reliée linéairement au déplacement de la plaque moyennant une matrice de « souplesse » du sol adaptée au maillage :

$$\mathbf{a}^{\mathbf{e}} = \mathbf{T}^{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{R}^{\mathbf{s}} \tag{7}$$

soit, en remplaçant dans (6) :

$$\left(\mathbf{K}^{\mathbf{e}} + \left(\mathbf{T}^{\mathbf{s}}\right)^{-1}\right) \mathbf{a}^{\mathbf{e}} = \mathbf{F}^{\mathbf{ext}}$$
(8)

La définition et la constitution de la matrice de souplesse du sol dépend de la manière dont le comportement du sol est simulé.

# 3.1.2 Modélisation du support : cas d'un sol non renforcé

Le cas d'un sol non renforcé est abordé en établissant un couplage entre les éléments finis de plaque et les formules de Boussinesq pour le sol support (figure 4). Celui-ci est donc assimilé à un massif multicouche élastique ; sa réaction est discrétisée selon le maillage considéré pour la plaque en admettant son uniformité autour de chaque nœud. A l'aide de cette discrétisation, on peut établir une relation « réactions - tassements » de manière approchée par l'application des formules de Boussinesq. Ces formules sont étendues au cas d'un multicouche en admettant une distribution de contraintes en profondeur identique à celle relative à un massif semi infini homogène. Cette simplification a été discutée de manière approfondie (Burland et al. 1977) pour conclure que celle-ci était effectivement acceptable dans la majorité des situations couramment rencontrées par l'ingénieur. Une exception notable est le cas d'une couche raide surmontant des couches plus déformables.



Figure 4. Principes de modélisation - cas d'un sol non renforcé.

L'intégration des formules de Boussinesq conduit à la formule de Steinbrenner (Terzaghi 1943) permettant de calculer le tassement en tout point de la surface d'un multicouche élastique sous l'action d'une ou plusieurs charges rectangulaires. Il devient ainsi possible d'établir une relation linéaire entre le tassement du sol et les pressions d'interaction sol – plaque par la matrice de souplesse évoquée précédemment. La constitution de cette matrice s'obtient en écrivant que le tassement au droit de chaque nœud du maillage est le cumul des tassements dus aux réactions sous la plaque.

#### 3.1.3 *Modélisation du support : cas d'un sol renforcé par inclusions verticales*

La modélisation consiste à étudier d'abord les mécanismes locaux d'interaction autour des inclusions et sous la plaque dans une cellule élémentaire centrée sur une inclusion, en utilisant l'outil Taspie+. L'effet résultant de ces mécanismes locaux au sein de chaque cellule élémentaire est le transfert intégral des charges appliquées en tête à la base de la cellule. Les inclusions « canalisent » ce transfert qui s'opère selon leur direction sans interaction significative entre cellules voisines. Ce transfert est valablement décrit par la relation contraintes déplacements établie en tête du modèle Taspie+. L'interaction faible entre cellules voisines justifie de représenter cette relation par deux séries de ressorts juxtaposés (figure 5) : la première série correspond aux zones situées à l'aplomb des inclusions et la deuxième correspond aux zones complémentaires. Le calcul Taspie+ initial garantit la cohérence de ces deux séries.

A l'aide de cette répartition de raideurs, on constitue la matrice de souplesse du sol évoquée précédemment en écrivant la proportionnalité, en tout point de chaque élément, entre déplacement vertical de la plaque et réaction du support.

1165



# Figure 5. Principes de modélisation - cas d'un sol renforcé.

#### 3.1.4 *Prise en compte du décollement*

Le support ne pouvant pas générer des efforts de traction, l'obtention de réactions négatives nécessite de considérer les zones correspondantes comme « décollées ». Ceci peut être réalisé par un calcul itératif moyennant un seuil de traction au delà duquel on considère qu'il n'y a plus de liaison entre la plaque et le support en surface. Ainsi pour les zones décollées, il n'y a plus d'égalité entre le déplacement de la plaque et le tassement du support ; en revanche, la réaction du support au droit de ces zones est connue et vaut zéro. Un retraitement adapté de la matrice de souplesse du support permet de tenir compte de ces nouvelles conditions.

## 3.2 Mise en œuvre

La mise en oeuvre de la méthode ainsi décrite permet de déterminer la flèche, les réactions du support, le tassement en tout point de la surface, ainsi que les sollicitations dans la plaque (moments fléchissants et efforts tranchants). Cette méthode a fait l'objet d'un programme nommé Tasplaq, permettant de traiter le cas de plaques de géométrie et d'inertie variables, soumises à un chargement réparti (charges verticales) ou ponctuel (efforts verticaux et moments). Il est ainsi possible de simuler le cas de deux ou plusieurs fondations voisines en interaction, ainsi que le cas d'un radier ou d'un dallage comportant un système de joints francs ou partiels.

#### 3.3 Evaluation du modèle

Dans le cas d'un sol non renforcé, Tasplaq présente des avantages décisifs par rapport aux modèles éléments finis 3D dans la mesure où l'emprise du modèle Tasplaq est limitée à celle des éléments de fondation ce qui facilite notablement sa construction. Un exemple typique d'application est celui d'un radier soumis à un chargement localisé (figure 6).



Figure 6. Exemple d'un radier sur sol élastique non renforcé.

La figure 7 présente les résultats obtenus et les compare à ceux obtenus par traitement complet en éléments finis 3D (Plaxis). On note le très bon accord obtenu sur les courbes de moments, alors qu'un écart plus important est relevé sur les tassements. Ce constat est apparu général lors des études de validation : les écarts éventuels en déplacements n'affectent que très peu les sollicitations qui sont obtenues par différentiation.

Dans le cas d'un sol renforcé par inclusions verticales, le support est assimilé à deux séries de ressorts juxtaposés dont les raideurs équivalentes sont issues d'un calcul préliminaire mené sous Taspie+. Une application typique est celle du dallage de la figure 2 : il est possible d'utiliser dans ce cas l'outil Tasplaq

pour estimer les sollicitations dans le corps du dallage dans une cellule élémentaire sous chargement uniforme (figure 8). La figure 8 montre également la bonne concordance des résultats obtenus avec ceux d'un modèle éléments finis axisymétrique. On note par ailleurs que Tasplaq offre la possibilité de modéliser le dallage complet sous chargement localisé (de résultante équivalente) en examinant les différentes configurations possibles des charges par rapport aux inclusions.





Figure 8. Sollicitations dans l'exemple du dallage de la figure 2.

#### 4 CONCLUSION

Les deux modèles sont simples d'abord et de mise en œuvre. Ils conduisent à des résultats voisins de ceux obtenus par traitement complet en éléments finis en trois dimensions, avec l'avantage pour le modèle Tasplaq de s'affranchir du maillage du massif du sol sous et autour de la plaque. Il est ainsi possible d'intégrer la présence de joints sans accroître la complexité du modèle.

Ces deux modules ont été utilisés pour la justification d'un grand nombre d'ouvrages sur sol renforcé par inclusions rigides, construits en France comme à l'étranger. L'évaluation du modèle Taspie+ se poursuit également en s'appuyant sur les résultats des expérimentations menées dans le cadre du projet ASIRI.

## REFERENCES

- Burland, J. B., Broms, B. B. & De Mello, V. F. B. 1977, Behaviour of foundations and structures, Proceedings 9th ICSMFE, Tokyo, Japan, Vol. 4:495-546.
- Frank, R. & Zhao, S. R. 1982, Estimation par les paramètres pressiométriques de l'enfoncement sous charge axiale des pieux forés dans les sols fins, Bull. Liaison Labo. P. et Ch. 119 :17-24.
- Hassen, G. & De Buhan, P. 2005, A two-phase model and related numerical tool for the design of soil structures reinforced by stiff linear inclusions, Eur. J. Mech. A/Solids, 24: 987-1001.
- Simon, B. 2001, Une méthode intégrée pour dimensionner les réseaux d'inclusions rigides en déformation, Proceedings 15th ICSMGE, Istanbul, Turkey, August 27-31, 2001, Vol. 2:1007-1010.
- Terzaghi, K. 1943, Theoretical soil mechanics, New York, John Wiley and Sons, 376-382.